



Тема: Розв'язування типових задач

Мета:

- *Навчальна:* навчати розв'язувати показникові рівняння різними методами;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння математичною мовою висловлювати власну думку; правильно користуватись термінологією, пов'язаною з вивченою темою;
- *Виховна:* виховувати наполегливість; вміння робити правильні висновки та бачити кінцеву мету;

Компетенції:

- *Спілкування державною мовою:* розуміти, пояснювати і перетворювати тексти математичних задач (усно і письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас

Тип уроку: удосконалення умінь і навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання, презентер;

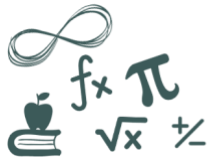
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Які рівняння називають показниковими?
- Як розв'язати найпростіше показникове рівняння?
- У яких випадках показникове рівняння $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$) має корені? Наведіть приклади та проілюструйте їх графічно.
- У чому полягає метод введення нової змінної?
- У чому полягає метод зведення обох частин рівняння до степенів з однаковими основами?
- Якому рівнянню рівносильне рівняння виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$?



III. Розв'язування задач

№1

Розв'яжіть рівняння:

1) $3^{x+2} + 3^x = 30$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

$$3^x(3^{x+2-x} + 1) = 30$$

$$3^x(3^2 + 1) = 30$$

$$3^x \cdot 10 = 30$$

$$3^x = 3$$

$$3^x = 3^1$$

$$x = 1$$

2) $4^{x+1} + 4^{x-2} = 260$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

$$4^{x-2}(4^{x+1-x+2} + 1) = 260$$

$$4^{x-2}(4^3 + 1) = 260$$

$$4^{x-2} \cdot 65 = 260$$

$$4^{x-2} = 4$$

$$4^{x-2} = 4^1$$

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

3) $2^{x+4} - 2^x = 120$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

$$2^x(2^{x+4-x} - 1) = 120$$

$$2^x(2^4 - 1) = 120$$

$$2^x \cdot 15 = 120$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

6) $6^{x+1} - 4 \cdot 6^{x-1} = 192$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

4) $7^{x+1} + 4 \cdot 7^x = 77$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

$$7^x(7^{x+1-x} + 4 \cdot 1) = 77$$

$$7^x \cdot 11 = 77$$

$$7^x = 7$$

$$7^x = 7^1$$

$$x = 1$$

5) $5^x + 7 \cdot 5^{x-2} = 160$

Розв'язок:

Враховуючи, що $a^x : a^y = a^{x-y}$:

$$5^{x-2}(5^{x-x+2} + 7 \cdot 1) = 160$$

$$5^{x-2} \cdot 32 = 160$$

$$5^{x-2} = 5$$

$$5^{x-2} = 5^1$$

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$



$$6^{x-1}(6^{x+1-x+1} - 4 \cdot 1) = 192$$

$$6^{x-1}(6^2 - 4) = 192$$

$$6^{x-1} \cdot (32) = 192$$

$$6^{x-1} = 6$$

$$6^{x-1} = 6^1$$

$$x - 1 = 1$$

$$x = 2$$

№2

Розв'яжіть рівняння:

1) $2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5$

Розв'язок:

Враховуючи, що $(ab)^x = a^x b^x$:

$$(2 \cdot 5)^x = 10^{-1} \cdot 10^{5x-5}$$

Враховуючи, що $a^x a^y = a^{x+y}$:

$$(2 \cdot 5)^x = 10^{5x-6}$$

$$10^x = 10^{5x-6}$$

$$x = 5x - 6$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

2) $3^{x-1} = 6^x \cdot 2^{-x} \cdot 3^{x+1}$

Розв'язок:

$$3^{x-1} = 2^x \cdot 3^x \cdot 2^{-x} \cdot 3^{x+1}$$

$$3^{x-1} = 2^{x-x} \cdot 3^{x+x+1}$$

$$3^{x-1} = 1 \cdot 3^{2x+1}$$

$$3^{x-1} = 3^{2x+1}$$

$$x - 1 = 2x + 1$$

$$x = -2$$

3) $\frac{1}{9} \cdot \sqrt{3^{3x-1}} = 81^{-\frac{3}{4}}$

Розв'язок:

$$3^{-2} \cdot 3^{\frac{3x-1}{2}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$$

$$3^{-2+\frac{3x-1}{2}} = 3^{-3}$$

$$3^{\frac{-4+3x-1}{2}} = 3^{-3}$$

$$\frac{3x-5}{2} = -3$$

$$3x-5 = -6$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

4) $4 \cdot 2^{\cos x} = \sqrt{8}$

Розв'язок:

$$2^2 \cdot 2^{\cos x} = 2^{\frac{3}{2}}$$

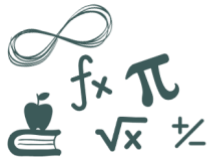
$$2^{\cos x+2} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\cos x + 2 = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\cos x = 1,5 - 2 = -0,5$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Розв'яжіть рівняння:

1) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

Розв'язок:

$$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Нехай $2^x = t$:

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 = 3^2$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2^x = 2 & \Big| \Rightarrow 2^x = 2^1 \Big| \Rightarrow x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} & \Big| \Rightarrow 2^x = 2^{-1} \Big| \Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

2) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$

Розв'язок:

$$\frac{5^{2x}}{5^3} - 2 \cdot \frac{5^x}{5^2} - 3 = 0 \mid \cdot 5^3 = 125$$

$$5^{2x} - 10 \cdot 5^x - 375 = 0$$

Нехай $5^x = t$:

$$t^2 - 10t - 375 = 0$$

$$D = 100 + 4 \cdot 375 = 1600 = 40^2$$

$$t_{1,2} = \frac{10 \pm 40}{2} = \begin{cases} t_1 = 25 \\ t_2 = -15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5^x = 25 & \Big| \Rightarrow 5^x = 5^2 \Big| \Rightarrow x = 2 \\ 5^x = -15 & \Big| \Rightarrow \emptyset \Big| \end{aligned}$$

3) $9^x - 6 \cdot 3^{x-1} = 3$

Розв'язок:

$$3^{2x} - \frac{6 \cdot 3^x}{3} - 3 = 0 \mid \cdot 3$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 9 = 0 \mid : 3$$

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

Нехай $3^x = t$:

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -1 \end{cases}$

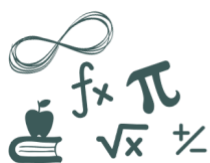
$$\begin{aligned} 3^x = 3 & \Big| \Rightarrow 3^x = 3^1 \Big| \Rightarrow x = 1 \\ 3^x = -1 & \Big| \Rightarrow \emptyset \Big| \end{aligned}$$

4) $\frac{9}{2^x-1} - \frac{21}{2^{x+1}} = 2$

Розв'язок:

$$\frac{9(2^x + 1) - 21(2^x - 1)}{(2^x - 1)(2^x + 1)} = 2$$

$$\frac{9 \cdot 2^x + 9 - 21 \cdot 2^x + 21}{(2^x - 1)(2^x + 1)} = 2$$



$$\frac{30 - 12 \cdot 2^x}{(2^x - 1)(2^x + 1)} = 2$$

$$\frac{30 - 12 \cdot 2^x}{2^{2x} + 2^x - 2^x - 1} - 2 = 0$$

$$\frac{30 - 12 \cdot 2^x}{2^{2x} - 1} - 2 = 0$$

ОДЗ:

$$2^{2x} - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, \text{ так як при } x = 0 \text{ маємо } 2^0 - 1 = 0$$

Отже, помножимо обидві частини рівняння на $2^{2x} - 1 \neq 0$

$$30 - 12 \cdot 2^x - 2(2^{2x} - 1) = 0$$

$$30 - 12 \cdot 2^x - 2 \cdot 2^{2x} + 2 = 0$$

$$-2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \quad | : 2$$

$$-2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 16 = 0$$

$$2^{2x} + 6 \cdot 2^x - 16 = 0$$

Нехай $2^x = t$:

$$t^2 + 6t - 16 = 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} t_1 = -8 \\ t_2 = 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{l} 2^x = -8 \\ 2^x = 2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \emptyset \\ 2^x = 2^1 \end{array} \Rightarrow x = 1$$

№4

Розв'яжіть рівняння:

1) $4 \cdot 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$

Розв'язок:

$$4 \cdot (3^2)^{1,5x-1} - (3^3)^{x-1} = 33$$

$$4 \cdot 3^{3x-2} - 3^{3x-1} = 33$$

$$3^{3x-3}(4 \cdot 3^{3x-2-3x+3} - 1) = 33$$

$$3^{3x-3}(4 \cdot 3^1 - 1) = 33$$

$$3^{3x-3} \cdot 11 = 33$$

$$3^{3x-3} = 3$$

$$3^{3x-3} = 3^1$$

$$3x - 3 = 1$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

2) $0,5^{5-2x} + 3 \cdot 0,25^{3-x} = 5$

Розв'язок:

$$0,5^{5-2x} + 3 \cdot (0,5^2)^{3-x} = 5$$

$$0,5^{5-2x} + 3 \cdot 0,5^{6-2x} = 5$$

$$0,5^{5-2x}(1 + 3 \cdot 0,5^{6-2x-5+2x}) = 5$$

$$0,5^{5-2x}(1 + 3 \cdot 0,5^1) = 5$$

$$0,5^{5-2x} \cdot 2,5 = 5$$

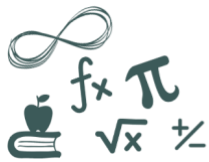
$$0,5^{5-2x} = 2$$

$$0,5^{5-2x} = 0,5^{-1}$$

$$5 - 2x = -1$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$



$$3) 4 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} - 6 \cdot 3^{x-2} = 15 \cdot 9^{x^2-1}$$

Розв'язок:

$$4 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} - 6 \cdot 3^{x-2} = 15 \cdot 3^{2x^2-2}$$

$$3^{x-2}(4 \cdot 3^{x-x+2} - 5 \cdot 3^{x-1-x+2} - 6 \cdot 1) = 15 \cdot 3^{2x^2-2}$$

$$3^{x-2}(4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3^1 - 6) = 15 \cdot 3^{2x^2-2}$$

$$3^{x-2}(36 - 15 - 6) = 15 \cdot 3^{2x^2-2}$$

$$3^{x-2} \cdot 15 = 15 \cdot 3^{2x^2-2} \quad | : 15$$

$$3^{x-2} = 3^{2x^2-2}$$

$$x - 2 = 2x^2 - 2$$

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(2x - 1) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$4) 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$$

Розв'язок:

$$2^{x-2}(2^{x-x+2} + 2^{x-1-x+2} + 1) = 3^{x-2}(3^{x-x+2} - 3^{x-1-x+2} + 1)$$

$$2^{x-2}(2^2 + 2^1 + 1) = 3^{x-2}(3^2 - 3^1 + 1)$$

$$2^{x-2} \cdot 7 = 3^{x-2} \cdot 7 \quad | : 7$$

$$2^{x-2} = 3^{x-2} \quad | : 3^{x-2} \quad (3^{x-2} \neq 0)$$

$$\frac{2^{x-2}}{3^{x-2}} = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

№5

Розв'яжіть рівняння:

$$\sqrt{4^x - 2^x - 3} = \sqrt{4 \cdot 2^x - 7}$$

Розв'язок:

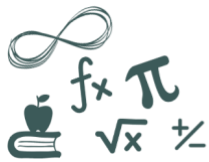
Піднесемо обидві частини рівняння до квадрату:

$$4^x - 2^x - 3 = 4 \cdot 2^x - 7$$

$$2^{2x} - 2^x - 3 - 4 \cdot 2^x + 7 = 0$$

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

Нехай $2^x = t$:



$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2^2 \\ 2^x = 2^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Перевірка:

$$x = 2$$

$$\sqrt{4^2 - 2^2 - 3} = \sqrt{4 \cdot 2^2 - 7}$$

$$\sqrt{16 - 4 - 3} = \sqrt{4 \cdot 4 - 7}$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{9}$$

$$x = 0$$

$$\sqrt{4^0 - 2^0 - 3} = \sqrt{4 \cdot 2^0 - 7}$$

$$\sqrt{1 - 1 - 3} = \sqrt{4 - 7}$$

$$\sqrt{-3} = \sqrt{-3} - \text{не має змісту, } x = 0 - \text{сторонній корінь.}$$

IV. Підсумок уроку

- Які рівняння називають показниковими?
- Як розв'язати найпростіше показникове рівняння?
- У яких випадках показникове рівняння $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$) має корені? Наведіть приклади та проілюструйте їх графічно.
- У чому полягає метод введення нової змінної?
- У чому полягає метод зведення обох частин рівняння до степенів з однаковими основами?
- Якому рівнянню рівносильне рівняння виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$?

V. Домашнє завдання

Повторити §1 (ст.13-14)

Виконати № 2.4; 2.8; 2.12; 2.14; 2.18

Мерзляк А.Г.

Повторити §2

Виконати 2.10; 2.12; 2.18; 2.18; 2.32; 2.34

Істер О.С.

Повторити §2 (п.2.1 – 2.2)

Виконати 2.2.2(4-7); 2.2.4;

Нелін Є.П.

Повторити §2 (ст.15-16)

Виконати № 57; 77; 81

Бевз Г.П.